Решение 5-6 КЛАССЫ

Задание 1.

Разделите круг четырьмя прямыми на наибольшее число частей. Сколько частей получилось? Представьте результат эксперимента в виде рисунка.

Баллы	Критерии (5-6 классы)
1	Представлено разбиение окружности менее, чем на 10 частей (приведен рисунок)
4	Представлено разбиение окружности на 10 частей (приведен рисунок)
8	Задача решена верно: окружность разделена на 11 частей (приведен рисунок)

Решение:

Возможный вариант разбиения на 11 частей представлен на рисунке 1.

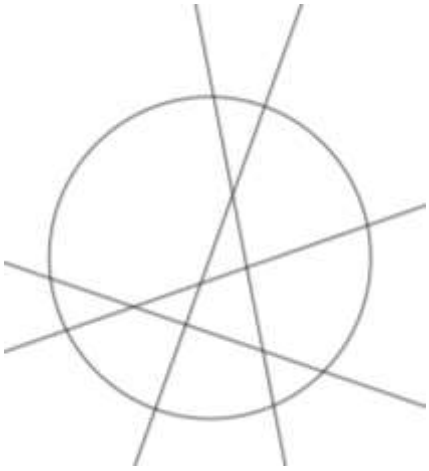


Рисунок 1

Задание 2.

Сумма точек на противоположных гранях игрального кубика всегда равна 7.

На рисунке 2 показана начальная позиция игрального кубика (по центру) и его положения после одного переката через рёбра нижнего основания в четырёх возможных направлениях: вперед, назад, вправо, влево. На рисунке перекат вперёд обозначен символом V, назад – N, влево – L, вправо – P. Количество перекатов в указанном направлении задано числом, записанным сразу после символа, обозначающего направление.

Например, запись V1 означает, что игральный кубик перекатили вперёд один раз, а P3 – вправо три раза. Последовательность перекатывания кубика без отрыва от стола в разных направлениях, будет записана так: P1 V7 N5 – это означает, что кубик перекатили вправо один раз, вперёд семь раз и назад пять раз.

Исходное положение кубика показано на рисунке (по центру). Определите, какое число окажется на верхней грани кубика после следующей последовательности его перекатывании P2 V3 L2 N1.

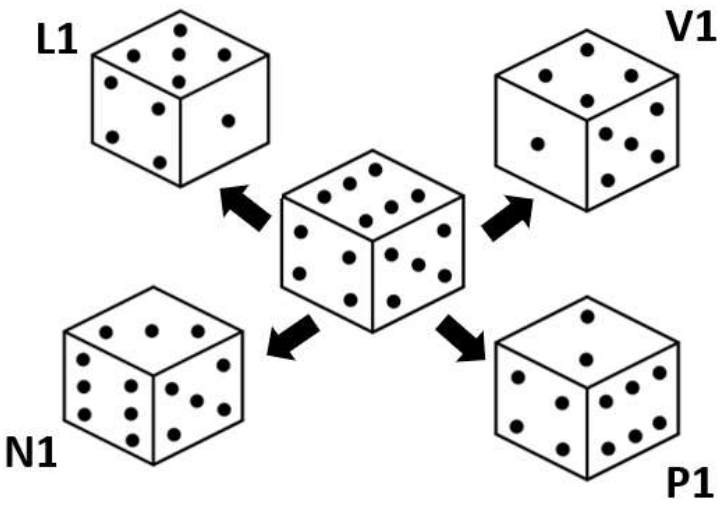


Рисунок 2

Баллы	Критерии (5-6 классы)
4	Дан правильный ответ без обоснований
8	Правильный ответ с обоснованием (рисунки, рассуждения)

Решение:

После P2 в верху 1, правая передняя 4, левая передняя 5 (не менялась).
После V3 в верху 2, правая передняя 4 (не менялась), левая передняя 1.
После L2 в верху 5, правая передняя 3, левая передняя 1 (не менялась).
После N1 в верху 6, правая передняя 3 (не менялась), левая передняя 5.
Ответ: 6

Задание 3.

В треугольнике ABC на каждой стороне отмечены точки D, E и F. Сколько треугольников и сколько четырёхугольников получится, если соединить точки D, E и F отрезками?

Баллы	Критерии (5-6 классы)
2	Перечислено 4 треугольника или дан правильный ответ без перечисления или объяснения решения
5	Перечислены 5 треугольников
7	Перечислены или дан алгоритм поиска 5 треугольников и 3 четырехугольников
10	Дан правильный ответ

Решение:

Пять треугольников: ABC, ADF, DBE, ECF и DFE; шесть четырёхугольников: ADEC, ABEF, BCFD, ADEF, BEFD и DECF (рис. 3).

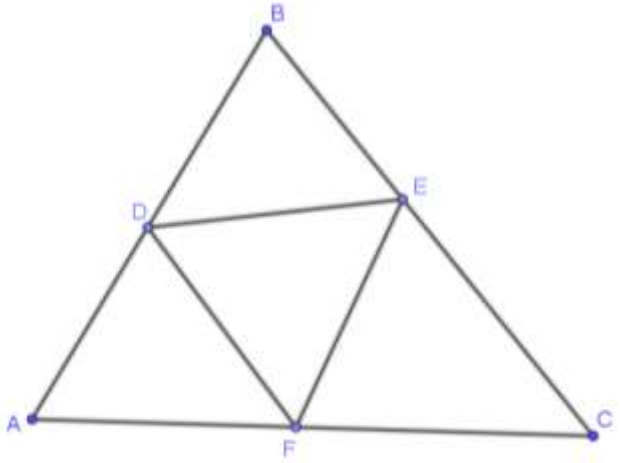


Рисунок 3

Задание 4.

Постройте в GeoGebra (или Живая геометрия, или Математический конструктор и т.п.) модель часов с круглым циферблатом, которые показывают время 12 часов 30 минут.

Баллы	Критерии
2 балла	Построен схематический чертеж.
5 баллов	Построена окружность и поделена на 12 равных частей в GeoGebra или с помощью циркуля и линейки или с использованием координатной сетки или транспортира.
10 баллов	Верно построена модель часов со стрелками в GeoGebra или верно построен чертеж с помощью циркуля и линейки или с использованием координатной сетки или транспортира.

Решение:

За 30 минут минутная стрелка пробежит 180° (на 360°/60 минут = 6° минутная стрелка поворачивается за 1 минуту), а часовая стрелка сдвигается на 15° (расстояние между часовыми делениями на циферблате равно 360°/12 = 30°, 30°/60 минут = 0,5° в минуту). Угол между стрелками равен 180° – 15° = 165°.

Пример алгоритма построения модели часов в GeoGebra (рис. 4):

1. Построить правильный 12-угольник, скрыть его стороны
2. Построить его центр.
3. Построить окружность по данному центру и вершине многоугольника.
4. Построить окружность по данному центру и точке внутри окружности.
5. На окружностях отметить по точке. Окружности скрыть.
6. Построить векторы с началом в центре окружности и концом в данных точках. Это минутная и часовая стрелки.
7. Измерить угол между часовой и минутной стрелками.

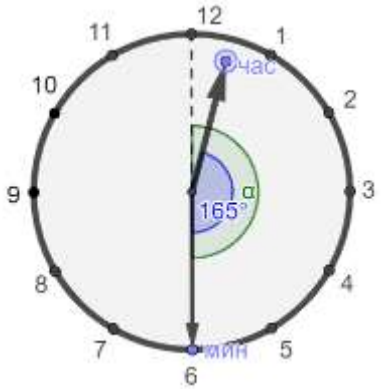


Рисунок 4

Задание 5.

Постройте квадрат ABCD и проведите его диагонали. На одной из сторон квадрата отметьте произвольную точку M. Постройте четырехугольник с вершиной в точке M так, чтобы его стороны были параллельны диагоналям квадрата, а все его вершины лежали на сторонах квадрата.

а) Определите вид этого четырехугольника.

б) Опишите, где на стороне квадрата ABCD должна располагаться точка M, чтобы площадь этого четырехугольника была наибольшей.

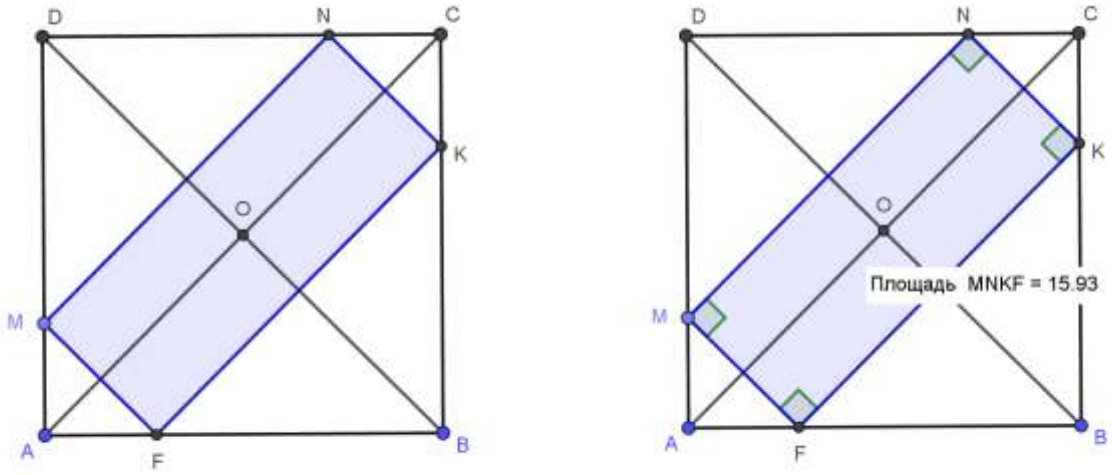
Баллы	Критерии (5-6 класс)
3	Правильно построено изображение четырехугольника, соответствующего условию задачи (прямоугольник, возможно, динамически неустойчивый, причем не являющийся квадратом). Выводы отсутствуют
6	Правильно построено изображение четырехугольника, соответствующего условию задачи и имеющего наибольшую площадь (квадрат, возможно динамически неустойчивый). Выводы отсутствуют
9	Правильно построено динамически устойчивое изображение прямоугольника, соответствующего условию задачи. ИЛИ На листе бумаги приведено изображение четырехугольника, соответствующего условию задачи и в записи есть слово «прямоугольник».
12	Правильно построено динамически устойчивое изображение прямоугольника, соответствующего условию задачи. Показано расположение точки *M*, при котором площадь прямоугольника является наибольшей. ИЛИ На листе бумаги приведено изображение квадрата, вершина *M* которого является серединой стороны квадрата *ABCD*. Даны пояснения положения точки *M*, либо элементов, фиксирующих форму четырехугольника
15	Правильно построено динамически устойчивое изображение прямоугольника, соответствующего условию задачи, и записано слово «прямоугольник». Точка *M* отмечена как середина стороны квадрата. ИЛИ На листе бумаги приведено изображение квадрата, вершина *M* которого является серединой стороны квадрата *ABCD*. Даны пояснения положения точки *M* и элементов, фиксирующих форму четырехугольника
20	Правильно построено динамически устойчивое изображение прямоугольника, соответствующего условию задачи, и записано слово «прямоугольник». Точка *M* отмечена как середина стороны квадрата. Имеются «следы» проведенного эксперимента (выведены измерения отрезков, углов, площадей)

Решение:

Построение:

1. Инструментом «Правильный многоугольник» строим квадрат *ABCD*.
2. Инструментом «Точка на объекте» строим произвольную точку *M* на стороне *AD*.
3. Инструментом параллельная прямая проводим прямые, проходящие через точку *M*, параллельные диагоналям квадрата.
4. Инструментом «Пересечение» отмечаем точки пересечения построенных прямых со сторонами квадрата – точки *N* и *F*.
5. Инструментом параллельная прямая проводим прямую, проходящую через точку *F*, параллельную диагонали *AC*.
6. Инструментом «Пересечение» отмечаем точку пересечения построенной прямой со стороной квадрата – точка *K*.
7. Инструментом «Многоугольник» соединяем точки *M*, *F*, *N* и *K*.

Построенная динамическая модель (рис. 5*а*) подсказывает о том, что четырехугольник *MNKF* является прямоугольником.



а *б*

Рисунок 5

Эксперимент

Для проверки вывода отметим все углы четырехугольника инструментом «Угол». Результаты подтверждают вывод о форме четырехугольника.

Инструментом «Площадь» выведем на экран площадь полученной фигуры (рис. 5*б*). Перемещаем точку *M*, чтобы найти её положение, при котором площадь прямоугольника наибольшая. Эксперимент приводит к выводу о том, что площадь наибольшая, если *M* – середина стороны (рис. 6). Проверить гипотезу помогает построение середины отрезка инструментом «Середина или центр».

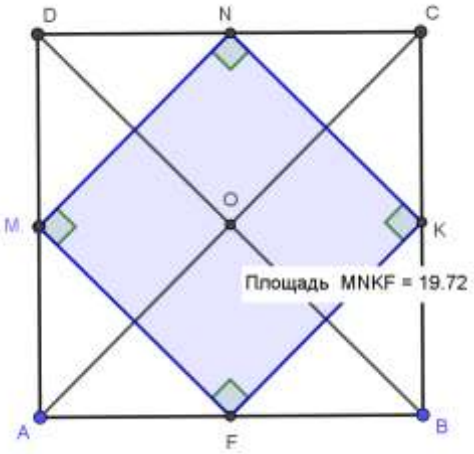


Рисунок 6

Ответ: а) прямоугольник; б) *M* – середина стороны квадрата.

Задание 6.

Изменяя чертеж к задаче №5, составьте как можно больше новых задач. Формулировки своих задач можно записать или на листе бумаги, или в графическом окне GeoGebra (или Живая геометрия, или Математический конструктор и т.п.) с помощью инструмента «Надпись».

«Надпись».

Баллы	Критерии (5-6 классы)
1	В формулировке задачи изменены только числовые данные условия задачи 5.
3	Задача не развивает идеи задачи 5, но её формулировка полная и корректная.
8	Сформулирована корректная задача путем логического преобразования условия задачи 5.
10	Сформулированная корректная задача, развивающая идею задачи 5 на основе динамического преобразования чертежа.

Примеры задач:

1) Постройте квадрат ABCD и проведите его диагонали. На одной из сторон квадрата отметьте произвольную точку M. Постройте четырехугольник с вершиной в точке M так, чтобы его стороны были параллельны диагоналям квадрата, а все его вершины лежали на его сторонах. Определите вид этого четырехугольника. Опишите, где на стороне квадрата ABCD должна располагаться точка M, чтобы **периметр** этого четырехугольника был наибольшим.

2) Постройте **прямоугольник** ABCD и проведите его диагонали. На одной из больших сторон прямоугольника отметьте произвольную точку M. Постройте четырехугольник с вершиной в точке M так, чтобы его стороны были параллельны диагоналям прямоугольника, а все его вершины лежали на его сторонах. Определите вид этого четырехугольника.